

Maak elke opgave op een apart vel! Schrijf op ieder vel naam en studentnummer

Puntentoedeling: Voor elk onderdeel kun je 3 punten krijgen: Cijfer = (aantal punten/5)+1

Opgave 1 (9 punten)

De weerstand R van een bepaalde draad als functie van de (absolute) temperatuur T wordt in de buurt van vloeibare stikstof temperatuur ($T \approx 77K$) beschreven door: $R = \alpha T + \beta T^2$.

Hierin zijn α en β constanten die zeer nauwkeurig bekend zijn : $\alpha = 0,034 \Omega K^{-1}$ en $\beta = 0,00003 \Omega K^{-2}$.

Men probeert de weerstand van de draad constant te houden door de temperatuur te stabiliseren. Dit gebeurt echter met een nauwkeurigheid $\Delta T = 0,1 K$.

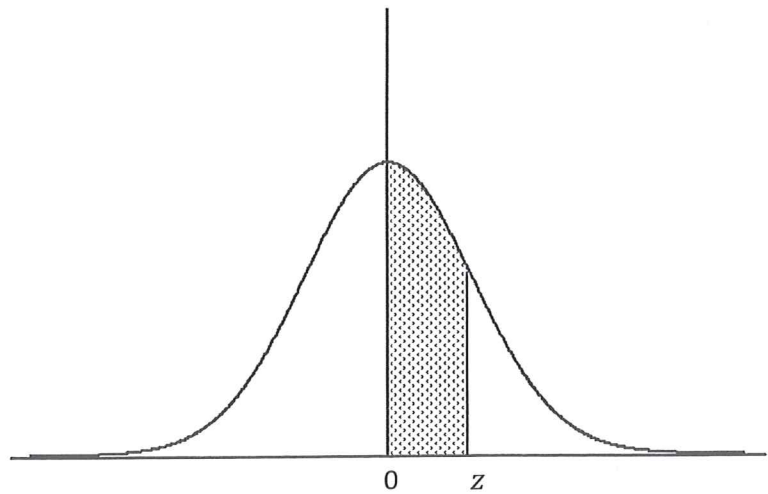
- a) Bereken de weerstand R bij $T = 81 K$.
- b) Bereken de fout in deze waarde als gevolg van de temperatuurschommelingen.
- c) Wat is de kans dat op een zeker moment de weerstand bij $81 K$ groter is dan $R = 2,952 K$?

Tabel Oppervlaktes van de normale verdeling

$$O = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

z	O
0,0	0,0000
0,1	0,0398
0,2	0,0793
0,3	0,1179
0,4	0,1554
0,5	0,1915
0,6	0,2258
0,7	0,2580
0,8	0,2881
0,9	0,3159
1,0	0,3413
1,1	0,3643
1,2	0,3849
1,3	0,4032
1,4	0,4192
1,5	0,4332
1,6	0,4452
1,7	0,4554
1,8	0,4641
1,9	0,4713

z	O
2,0	0,4772
2,1	0,4821
2,2	0,4861
2,3	0,4893
2,4	0,4918
2,5	0,4938
2,6	0,4953
2,7	0,4965
2,8	0,4974
2,9	0,4981
3,0	0,4987
3,1	0,4990
3,2	0,4993
3,3	0,4995
3,4	0,4997
3,5	0,4998
3,6	0,4998
3,7	0,4999
3,8	0,4999
3,9	0,5000



Kijk ook op de achterkant !

Opgave 2 (12 punten)

Bepaalde metingen voldoen aan de volgende kansverdeling:

$$f(x) = Ax \quad \text{voor } 0 < x < 4$$

$$f(x) = 0 \quad \text{voor } x < 0 \text{ en } x > 4$$

- Normeer de kansverdeling, d.w.z. bepaal A.
- Bereken het gemiddelde \bar{x} .
- Bereken de standaarddeviatie σ .
- Bereken hoe groot de kans is dat een meting minder dan σ verschilt van het gemiddelde.

Opgave 3 (9 punten)

Een student meet met een stopwatch de duur van een slingertijd.

Hij herhaalt de meting 5 keer en vindt

$$t_1 = 6,17 \text{ s}; t_2 = 6,13 \text{ s}; t_3 = 6,23 \text{ s}; t_4 = 6,11 \text{ s} \text{ en } t_5 = 6,16 \text{ s}.$$

- Bepaal de gemiddelde slingertijd \bar{t} .
- Bepaal de beste schatting van de standaarddeviatie bij deze metingen.
- Bepaal de fout in het gemiddelde \bar{t} en geef het uiteindelijke resultaat met fout.

Opgave 4 (6 punten)

Twee experimentatoren meten de inhoud van een vat.

$$\text{Zij vinden } V_1 = (1,003 \pm 0,005) \text{ m}^3 \text{ en } V_2 = (1,009 \pm 0,002) \text{ m}^3.$$

- Bepaal het gewogen gemiddelde.
- Bepaal de fout in het gewogen gemiddelde en geef het uiteindelijke resultaat met fout.

Opgave 5 (9 punten)

Bij de bepaling van een veerconstante wordt de kracht F als functie van de uitrekking u gemeten. Aangezien de veer een verwaarloosbare eigenlengte heeft wordt een theoretische verband $F = ku$ verwacht.

De metingen zijn gegeven in de tabel:

u (cm)	F (N)
2	1,2
4	2,3
6	3,7
8	4,7

De veerconstante k wordt bepaald met de kleinste kwadratenmethode.

- Men kan afleiden dat de formule voor de veerconstante gegeven wordt door $k = \frac{\overline{uF}}{\overline{u^2}}$. Bepaal k (in Ncm^{-1}).

- De fout in k wordt in dit geval gegeven door: $S_k = \frac{\sigma_F}{\sqrt{Nu^2}}$

Bepaal de fout in k .

Bedenk hierbij dat de standaarddeviatie σ_F vervangen moet worden door zijn beste schatting s_F ,

die gegeven wordt door $s_F^2 = \frac{1}{N-1} \sum D_i^2$. Hierin wordt D_i gegeven door $D_i = F_i - ku_i$.

- Geef een afleiding van de formule: $S_k = \frac{\sigma_F}{\sqrt{Nu^2}}$

Ga hierbij uit van de formule voor de doorwerking van fouten voor dit geval, d.w.z. ga uit van

$$s_k = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial k}{\partial F_i} \right)^2 (\sigma_F)^2}$$